



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ
САМАРСКОЙ ОБЛАСТИ



ИНСТИТУТ РАЗВИТИЯ ОБРАЗОВАНИЯ

Кафедра математического и естественнонаучного образования
ГАУ ДПО СО «Институт развития образования»

Примеры оформления при решении уравнений задания № 20 с развернутым ответом при подготовке к ОГЭ по математике

региональный семинар-практикум

Падалко Татьяна Григорьевна,
Черных Елена Андреевна
учителя

Государственного бюджетного общеобразовательного
учреждения Самарской области
«Гимназия № 1 (Базовая школа РАН)»

31.01.2025

Контролируемые элементы содержания:

- Алгебраические выражения;
- Уравнения и неравенства.

Предметные знания:

Умение решать линейные и квадратные уравнения, системы линейных уравнений, линейные неравенства и их системы, квадратные и дробно-рациональные неравенства, в том числе при решении задач из других предметов и практических задач; умение использовать координатную прямую и координатную плоскость для изображения решений уравнений, неравенств и систем.

Сформированность метапредметных умений.

- **Познавательные УУД:**

Базовые логические действия,

Базовые исследовательские действия,

Работа с информацией.

- **Регулятивные УУД :**

Самоорганизация,

Самоконтроль.

Виды и типы заданий в КИМ ОГЭ.

Целые и дробно-рациональные уравнения. Системы и совокупности уравнений;

Целые и дробно-рациональные неравенства. Системы и совокупности неравенств.

Критерии оценивания выполнения задания	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	2
Решение доведено до конца, но допущена арифметическая ошибка, с её учётом дальнейшие шаги выполнены верно	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	<i>2</i>

Раздел 1 Уравнения

1. Уравнения, решаемые методом введения новой переменной

Решить уравнение: $(x - 3)^4 - 3(x - 3)^2 - 10 = 0$

Пусть $(x - 3)^2 = t, t \geq 0$.

Тогда :

$$t^2 - 3t - 10 = 0$$

$$t^2 - 3t - 10 = 0,$$

$D = b^2 - 4ac = 9 + 40 = 49, D > 0$, уравнение имеет два корня.

$$t_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$$

$$t_1 = \frac{-3 - 7}{2} = -5 \text{ - не удовлетворяет условию } t \geq 0$$

$$t_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$

$$t_2 = \frac{-3 + 7}{2} = 2$$

$$t = 2; (x - 3)^2 = 2;$$

$$x - 3 = \sqrt{2};$$

$$x = 3 + \sqrt{2}.$$

$$x - 3 = -\sqrt{2};$$

$$x = 3 - \sqrt{2}.$$

Ответ: $3 - \sqrt{2}; 3 + \sqrt{2}$.

Важно!

- *Знак неравенства в данном случае обязательно должен быть нестрогим. Очень часто учащиеся допускают грубую ошибку и теряют полностью баллы за данное задание, указывая $t > 0$ или совсем не указывая ограничение.*
- *Часто учащиеся забывают вернуться к замене, теряя полностью баллы.*

2. Дробно-рациональные уравнения

Решить уравнение: $\frac{1}{(x-2)^2} - \frac{1}{(x-2)} - 6 = 0$

Преобразуем левую часть уравнения:

$$\frac{1 - (x-2) - 6(x-2)^2}{(x-2)^2} = 0$$

$$\frac{-6x^2 + 23x - 21}{(x-2)^2} = 0$$

$$\begin{cases} x-2 \neq 0 \\ -6x^2 + 23x - 21 = 0 \end{cases}$$

$$D = (23)^2 - 4 \cdot (-6) \cdot (-21) = 529 - 504 = 25.$$

$$x_1 = \frac{-23 - \sqrt{25}}{-12} = \frac{28}{12} = 1\frac{1}{3}$$

$$x_2 = \frac{-23 + \sqrt{25}}{-12} = \frac{18}{12} = 1\frac{1}{2} = 1,5$$

Оба найденные корня удовлетворяют условию $x-2 \neq 0$.

Ответ. $1\frac{1}{3}; 1,5$.

Другой способ заключается в введении новой переменной, например, $t = \frac{1}{x-2}$

Важно!

В данных уравнениях можно выполнять проверку после нахождения корней. В ходе проверки допускается исключение посторонних корней.

3. Уравнения, содержащие квадратные корни

Решить уравнение: $x^2 - 3x + \sqrt{3 - x} = \sqrt{3 - x} + 10$.

ОДЗ: $3 - x \geq 0$;

$x \leq 3$,

$$x^2 - 3x + \sqrt{3 - x} - \sqrt{3 - x} - 10 = 0;$$

$$x^2 - 3x - 10 = 0;$$

Откуда $x = -2$,

$x = 5$ — не удовлетворяет ОДЗ.

Ответ. -2

Важно!

Учащиеся часто забывают указать ОДЗ и не производят выборку корней, получая за задание 0 баллов.

Раздел 2 Неравенства

1. Линейные неравенства или сводящиеся к ним

Решить неравенство $(\sqrt{3} - 1,5)(3 - 2x) \leq 0$

Решение: $\sqrt{3} - 1,5$.

$1,5 = \sqrt{2,25}$, $\sqrt{3} > \sqrt{2,25}$, следовательно, $\sqrt{3} > 1,5$,
значит $\sqrt{3} - 1,5 > 0$

При этом условии данное неравенство равносильно
неравенству

$$3 - 2x \leq 0$$

Важно! Если ученик не определяет знак разности, а сразу переходит к равносильному неравенству, то за решение выставляется 0 баллов

$$-2x \leq -3$$

$$x \geq 1,5$$

Ответ: $(1,5; +\infty)$

Важно!

- Если при делении на отрицательное число ученик не меняет знак, то выставляется 0 баллов, а не 1
- Ответ в неравенстве – в виде промежутка(а не в виде неравенства)

2. Квадратные неравенства или сводящиеся к ним

Решить неравенство $\frac{-14}{x^2 - 2x - 15} \leq 0$

Решение. 1 способ

$$x^2 - 2x - 15 > 0$$

Важно! Часто учащиеся записывают нестрогое неравенство, допуская тем самым грубую ошибку, предполагая, что знаменатель может быть равен нулю

Рассмотрим функцию $y = x^2 - 2x - 15$

Она является квадратичной. График – парабола, ветви направлены вверх. Найдем нули функции $x^2 - 2x - 15 = 0$

$$x_1 = -3, x_2 = 5$$

Отметим найденные значения на числовой оси и изобразим эскиз параболы



Выбираем промежутки, в которых
положительный знак

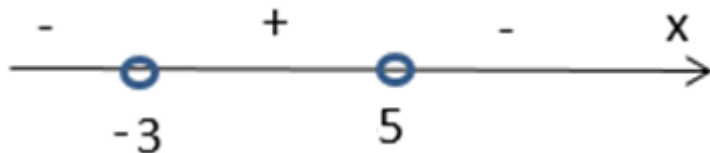
Ответ: $(-\infty; -3) \cup (5; +\infty)$

2. Квадратные неравенства или сводящиеся к ним

Решить неравенство $\frac{-14}{x^2 - 2x - 15} \leq 0$

2 способ. Решаем с помощью метода интервалов.

Разложим на множители трёхчлен $x^2 - 2x - 15 = (x-5)(x+3)$



Ответ: $(-\infty; -3) \cup (5; +\infty)$

$$\frac{-14}{(x-5)(x+3)} \leq 0$$

Важно!

- При решении первым способом эксперт вправе снизить баллы, если после неравенства сразу изображена парабола без описания функции
- При решении вторым способом важно отметить на числовой оси нули знаменателя выколотыми точками

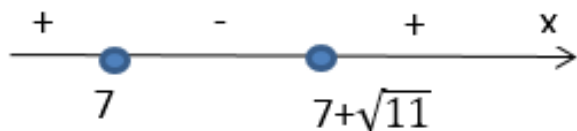
3. Решение неравенств с помощью разложения на множители

Решить неравенство: $(x - 7)^2 \leq \sqrt{11}(x - 7)$

$$(x - 7)^2 - \sqrt{11}(x - 7) \leq 0$$

$$(x - 7)(x - 7 - \sqrt{11}) \leq 0$$

Расставим нули множителей на числовой оси



Важно!

Грубой ошибкой было бы деление обеих частей неравенства на выражение $(x-7)$. Такое решение оценивается в 0 баллов

С учетом знаков в промежутках записываем ответ

Ответ: $[7; 7 + \sqrt{11}]$

Раздел 3 Системы уравнений

На ОГЭ при решении систем уравнений чаще всего используют два основных способа – способ подстановки и способ сложения

Важно! *Выбор способа решения систем уравнений
НЕ влияет на выставление балла!*

Раздел 3 Системы уравнений

1. Решение систем уравнений способом подстановки

Решить систему уравнений
$$\begin{cases} x - y = -5, \\ x^2 - 2xy - y^2 = 17; \end{cases}$$

1 способ. С помощью равносильных переходов.

Получаем последовательно

$$\begin{cases} y = x + 5, \\ x^2 - 2(x + 5)x - (x + 5)^2 = 17; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x + 5, \\ x^2 + 10x + 21 = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x + 5, \\ x = -3; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y = x + 5, \\ x = -7; \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2, \\ x = -3; \end{cases} \quad \text{или} \quad \begin{cases} y = -2, \\ x = -7; \end{cases}$$

Ответ: $(-3; 2), (-7; -2)$

Важно!

Ответ в системе уравнений с двумя переменными – это пара чисел, пары должны быть объединены. Наиболее удобный вариант записи ответа – в скобках, через точку с запятой, сохраняя последовательность $(x; y)$

Раздел 3 Системы уравнений

1. Решение систем уравнений способом подстановки

Решить систему уравнений
$$\begin{cases} x - y = -5, \\ x^2 - 2xy - y^2 = 17; \end{cases}$$

2 способ. Выразим y из первого уравнения: $y = x + 5$

Подставим вместо переменной y во второе уравнение системы:

$$\begin{aligned} x^2 - 2(x + 5)x - (x + 5)^2 &= 17 \\ x^2 - 2x^2 - 10x - x^2 - 10x - 25 &= 17 \\ -2x^2 - 20x - 42 &= 0 \\ x^2 + 10x + 21 &= 0 \end{aligned}$$

$$D = 100 - 84 = 16, x_1 = -3 \quad x_2 = -7$$

При $x = -3$ $y = 2$, при $x = -7$ $y = -2$

Ответ: $(-3; 2), (-7; -2)$

Замечание: такой способ оформления имеет меньшую наглядность, но вместе с тем имеет ряд преимуществ : показано подробно решение квадратного уравнения и не переписывается многократно одно из уравнений системы

2.Решение систем уравнений способом сложения

Решить систему уравнений
$$\begin{cases} x^2 + 3x + y^2 = -2, \\ x^2 + 3x - y^2 = -6; \end{cases}$$

Сложим почленно уравнения системы:

$$\begin{aligned} 2x^2 + 6x &= -8 \\ 2x^2 + 6x + 8 &= 0 \end{aligned}$$

$$D = 9 - 1 = 1$$

$$x_1 = \frac{-3+1}{2} = -1, \quad x_2 = \frac{-3-1}{2} = -2$$

Важно: Не забыть «дорешать» систему, т.е. найти каждому x соответствующий y . В противном случае за найденные значения x баллы ученику не выставляются.

При $x = -1$ при подстановке в первое уравнение системы получим

$$y^2 = 1, \text{ следовательно } y=1 \text{ или } y = -1$$

При $x = -2$ получим $y^2 = 4$, следовательно $y = 2$ или $y = -2$

Ответ: $(-1; 1), (-1; -1), (-2; 2), (-2; -2)$

Важно!

Ответ в виде $(-1; \pm 1), (-2; \pm 2)$ не допускается. В ответе должны быть сформированы пары.

Выводы:

Систему уравнений можно решать любым способом

Оформлять решение можно тоже любым способом: описательным или через равносильные переходы

Снять баллы могут в следующих случаях:

- не записан Ответ (нет слова "ответ")*
- ответ записан в неверном формате.*